

УДК 631.362.23

СУШКА СЕМЯН КЛЕЩЕВИНЫ В ТОЛСТОМ НЕПОДВИЖНОМ СЛОЕ

Дидур В.А., д.т.н., проф.

Ткаченко В.А., к.т.н, с.н.с.

Институт механизации животноводства УААН. Тел./факс: 8(061)289 81 44

Ткаченко А.В., ассистент

Таврический государственный агротехнологический университет

Тел./факс: 8(0619)42 06 18, факс: (0619) 42 24 11

Работа посвящена математическому моделированию процесса сушки в толстом неподвижном слое семян клещевины. Математическая модель учитывает переменные параметров агента сушки, отражаемые в граничных условиях третьего рода, полученных из уравнений материального и теплового балансов на границе обрабатываемого материала – теплоносителя.

Ключевые слова: математическое моделирование, сушка семян, клещевина, толстый неподвижный слой, потенциал влагообмена, термодинамические характеристики.

Постановка проблемы. При переработке семян клещевины одним из важных процессов является сушка. Сушка – сложный технологический тепло - и массообменный процесс, который должен обеспечить нативные свойства исходного материала и его сохранность. Поэтому выбор технологических режимов сушки и создание рациональных конструкций сушилок должны базироваться на основных положениях термодинамики необратимых процессов, обеспечивающих энерго- и ресурсосбережение.

Анализ последних достижений и публикаций. Теория тепло- и массопереноса, разработанная А.В. Лыковым для условий постоянных потенциалов или меняющихся по заданному закону в неподвижной среде [1]. Аналитические решения получены в предположении постоянства коэффициентов влаго- и теплопереноса и термодинамических характеристик. Потенциалы тепло- и массопереноса в процессах, протекающих в современных сушилках, претерпевают значительные изменения. Поэтому математические модели, разработанные А.В. Лыковым, должны быть доработаны и адаптированы к реальным условиям сушки биосырья. Отмечая перспективы развития теории тепло- и массопереноса, А.В. Лыков под-

черкнул необходимость дальнейших исследований с учётом переменных параметров внешней среды [2].

В работе З.Ю. Мазяк предложены математические модели процессов конвективной сушки на основе системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса, а граничные условия выбраны с помощью уравнений материального и теплового балансов потоков обрабатываемого материала и среды [3]. Модели наиболее близки по своему замыслу к процессам сушки в шахтных сушилках и трубах-сушилках. Однако ряд неточностей при выводе уравнений и сложность полученных результатов не позволяют их использовать в полученном автором виде. Кроме того, тепло- и влагообменные характеристики обрабатываемого материала принимаются на протяжении процесса сушки постоянными, не рассматривается вариант неподвижного материала и омывающего агента сушки.

Цель. Разработка математической модели процесса сушки семян клещевины в толстом неподвижном слое с учётом переменных параметров агента сушки.

Результаты исследований. Модель тепло- и влагообмена семени клещевины представим в виде шара с эквивалентным диаметром d_e [1]

$$\frac{\partial T(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{2}{X} \frac{\partial T(X, Fo)}{\partial X} - Ko^* \frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial Fo}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial Fo} = Lu \left[\frac{\partial^2 \theta(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{2}{X} \frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial X} \right] - \\ - LuPn \left[\frac{\partial^2 T(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{2}{X} \frac{\partial T(X, Fo)}{\partial X} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $T = \frac{t - t_*}{t_c - t_*}$ и $\theta = \frac{\theta_* - \theta}{\theta_* - \theta_p}$ – соответственно безразмерные потенциалы тепло- и

влагопереноса; t_* , θ_* имеют индексы для постоянного начального распределения – н, для параболического начального распределения п – поверхность.

При начале сушки семян, когда ещё не произошло перераспределение потенциалов переноса, принимаем их постоянное начальное распределение

$$T(X, 0) = \theta(X, 0) = 0. \quad (3)$$

При периодах постоянной и падающей скорости сушки, когда уже произошло перераспределение потенциалов переноса, принимаем их параболическое начальное распределение

$$T(X, 0) = -(1 - X^2)W_1, \quad \theta(X, 0) = -(1 - X^2)V_1, \quad (4)$$

где $W_1 = \frac{t - t_n}{t_c - t_n}$; $V_1 = \frac{\theta_n - \theta}{\theta_n - \theta_p}$ – симплексы неравномерности начального рас-

пределения потенциалов тепло- и массопереноса.

$X = \xi/R$ – безразмерная координата (ξ – текущая координата,

R – характерный размер, равный для шара – радиусу),

где индексы c, p обозначают, соответственно, параметры окружающей среды и равновесное значение.

Критерии подобия тепло- и массопереноса, используемые в рассматриваемой системе дифференциальных уравнений:

Fo – теплообменный критерий Фурье, $Fo = \frac{a_q \tau}{d_3^2}$;

Ko – критерий Коссовича, $Ko = \frac{r \Delta u}{c_q \Delta t}$;

Ko^* – модифицированный критерий Коссовича $Ko^* = \epsilon Ko$;

Lu – критерий Лыкова, $Lu = \frac{a_m}{a_q}$;

Pn – критерий Поснова для переноса влаги массопроводностью.

Для упрощения расчётов произведение модифицированного критерия Коссовича на критерий Поснова заменяем обобщённым критерием Фёдорова

$$Fe = \epsilon Ko Pn_m = \frac{\epsilon \delta_m r}{c_q}, \quad (5)$$

где a_q – коэффициент температуропроводности, m^2/c ;

τ – продолжительность сушки, с;

d_3 – средний эквивалентный диаметр семени, м;

r – удельная теплота испарения, Дж/кг;

$\nabla u, \nabla t$ – градиент влагосодержания, температурный градиент

c_q – удельная теплоёмкость, Дж/(кг°C);

a_m – коэффициент потенциалопроводности или коэффициент диффузии влаги (имеются в виду все виды переноса влаги), m^2/c ;

– коэффициент фазового превращения;

δ – термоградиентный коэффициент, 1/град.

Система дифференциальных уравнений переноса описывает внутренний тепло- и массообмен. В качестве одного граничного условия используем условие симметрии

$$\frac{\partial T(0, F_0)}{\partial X} = \frac{\partial \theta(0, F_0)}{\partial X} = 0, \quad T(0, F_0) \neq \infty, \quad \theta(0, F_0) \neq \infty. \quad (6)$$

Для того, чтобы получить математическую модель процесса сушки с учётом изменения параметров агента сушки при прохождении через слой семян, необходимо составить граничные условия из уравнений материального и теплового баланса на границе влажный материал – среда. Поток массы j в материале описывается уравнением

$$j = -a_m \rho_0 (\nabla \theta + \delta \nabla T), \quad (7)$$

где j – поток массы влаги, кг/м²·с;

ρ_0 – плотность абсолютно сухого тела, кг/м³;

$\nabla \theta$ – градиент потенциала влагопроводности.

Поток массы j с поверхности материала в среду в условиях первого периода сушки представим с помощью формулы Дальтона

$$j = V(P_s - P_f), \quad (8)$$

где V – коэффициент испарения, кг/Н·с;

P_s, P_f – соответственно упругость насыщенных паров при данной температуре, упругость паров в среде, Н/м².

Во второй период сушки поток массы j с поверхности материала в среду представим с помощью коэффициента массообмена α_m

$$j = \alpha_m \rho_0 (\theta_n - \theta_p). \quad (9)$$

После детального рассмотрения уравнений материального и теплового балансов в условиях неподвижного слоя материала и встречного движения агента сушки в режиме его идеального вытеснения получим следующие уравнения граничных условий третьего рода. По тепловому потоку на границе для первого периода сушки

$$\lambda \frac{\partial T(0, F_0)}{\partial X} + (1 - \varepsilon) r_c B P_s \left[1 - \frac{P(\alpha x_0 + W_n - W_{sh})}{A P_s \alpha} \right] - \alpha_q \left[t_n - \frac{(1 + Rb) r_c (W_n - W_{sh})}{\alpha c_q} - t_n \right], \quad (10)$$

где λ_q – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);

P – общее давление, Н/м²;

$\alpha = V/G$ – удельный расход агента сушки;

V – расход агента сушки, кг сухого агента за 1с;

G – расход семян, кг сухих семян за 1с;

W_n, W_{sh} – соответственно начальное и текущее среднее по объёму влагосодержание семян;

$Rb = Q_n / Q_U$ – критерий Ребиндера, представляющий собой отношение количества тепла, затраченное на нагрев семян и испарение влаги;

$A = 0,622$.

По тепловому потоку на границе для второго периода сушки

$$\lambda \frac{\partial T(0, F_0)}{\partial X} + (1 - \varepsilon) r_c \alpha_m \rho_0 \left[\theta_n - \frac{aP}{A P_s} (\alpha x_n + W_n - W_{sh}) - b \right]. \quad (11)$$

Равновесная влажность семян $U_p = a\varphi_T + b$,

где a, b – коэффициенты находят по изотерме десорбции семян;

φ_T – относительная влажность агента сушки;

x_n – начальное влагосодержание агента сушки на входе в элементарный слой семян, кг/кг сухого агента.

По потоку влаги на границе для первого периода сушки

$$\alpha_m \rho_0 \left[\frac{\partial T(0, F_0)}{\partial X} + \delta \frac{\partial \theta(0, F_0)}{\partial X} \right] - B P_s \left[1 - \frac{P}{A P_s \alpha} (\alpha x_n + W_n - W_{sh}) \right]. \quad (12)$$

По потоку влаги на границе для второго периода сушки

$$a_m \left[\frac{\partial T(0, F_0)}{\partial X} + \delta \frac{\partial \theta(0, F_0)}{\partial X} \right] - \alpha_m \left[\theta_n - \frac{aP}{AP_s \alpha} (\alpha x_n + Wn - Wsh) - b \right]. \quad (13)$$

Анализ и практика решения системы уравнений с частными производными показывают, что использование классических методов не позволяет эффективно решить и довести решение задачи до конца. Решение модели сушки семян клещевины с использованием тела в виде шара и новыми граничными условиями третьего рода получено нами методом интегральных преобразований Лапласа [4,5]

$$\bar{T}(F_0) = T_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 D_{ni} \exp(-\mu_n^2 F_0); \quad (14)$$

$$\bar{\theta}(F_0) = \theta_1 - \frac{1}{K_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 D_{ni} (1 - v_i^2) \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad (15)$$

где

$$D_{ni} = 3(C1_{ni} + C2_{ni}) \frac{\sin(v_i \mu_n) - v_i \mu_n \cos(v_i \mu_n)}{v_i^2 \mu_n^2}. \quad (16)$$

$$C1_{n1} = \frac{Q_{n2} \omega_3 - P_{n2} \omega_1}{\psi_n}; C1_{n2} = \frac{P_{n1} \omega_1 - Q_{n1} \omega_3}{\psi_n}; \quad (17)$$

$$C2_{n1} = \frac{Q_{n2} \omega_4 - P_{n2} \omega_2}{\mu_n^3 \psi_n}; C2_{n2} = \frac{P_{n1} \omega_2 - Q_{n1} \omega_4}{\mu_n^3 \psi_n}. \quad (18)$$

$$\psi_n = An1 \cdot P_{n2} + Q_{n1} \cdot Bn2 - Q_{n2} \cdot Bn1 - P_{n1} \cdot An2 \quad (19)$$

$$Q_{ni} = -v_i \cos(\mu_n v_i R) / R - b_i \sin(\mu_n v_i R) / \mu_n; \quad (20)$$

$$P_{ni} = -d_i v_i \cos(\mu_n v_i R) - e_i \sin(\mu_n v_i R) / \mu_n; \quad (21)$$

$$An_i = v_i^2 \sin(\mu_n v_i R) / 2\mu_n - b_i \sin(\mu_n v_i R) / 2\mu_n^3 - b_i v_i R \cos(\mu_n v_i R) / 2\mu_n^2; \quad (22)$$

$$Bn_i = d_i v_i^2 R \sin(\mu_n v_i R) / 2\mu_n - e_i \sin(\mu_n v_i R) / 2\mu_n^2 - e_i v_i R \cos(\mu_n v_i R) / 2\mu_n^2; \quad (23)$$

μ_n – бесчисленное множество корней, которое определяется одним из численных методов из уравнения $Q_{n1}P_{n2} - Q_{n2}P_{n1} = 0$.

$$\begin{aligned} \omega_1 = & -2W + 2KoV - (1 - R^2)(W - KoV)/R^2 + \alpha_q t_r / \lambda_q - \\ & - \alpha_q P1(Wn - Wsh) / \lambda_q + \alpha_q (1 - R^2)(W - KoV) / \lambda_q R + \\ & + c1 \cdot ap \cdot (x + (Wn - Wsh) / \alpha_q + c1 \cdot b); \end{aligned} \quad (24)$$

$$\omega_2 = -2(W + Ko \cdot V)Lu(1/R - \alpha_q / \lambda_q + c1/Ko)/R; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \omega_3 = & \delta(W - Ko \cdot V)(2 + (1 - R^2)/R^2 + \\ & + \alpha_m \cdot ap[x + (Wn - Wsh)]/\alpha + \alpha_m \cdot b/a_m \end{aligned} \quad (26)$$

$$\omega_4 = -2(W + Ko \cdot V)(Lu/Ko \cdot R^2 - \delta)Lu/R^2 + \alpha_m/a_m. \quad (27)$$

$$b_i = 1/R^2 - \alpha_q / \lambda_q R + c1(1 - v_i^2)/Ko \cdot R; \quad (28)$$

$$d_i = (1 - v_i^2)/Ko \cdot R - \delta/R; \quad (29)$$

$$e_i = (1 - v_i^2)/Ko \cdot R^2 + \alpha_m(1 - v_i^2)/a_m \cdot Ko \cdot R - \delta/R^2. \quad (30)$$

$$\begin{aligned} T_1 = & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Phi 1_i}{\Psi} + Fo \frac{\Phi 2_i}{\phi 1} + \frac{\Phi 22_i}{\phi 1} - \frac{\Phi 2_i \phi 2}{\phi 1^2} \right) + \\ & + 3/4(W - V + 4FoLu^2W + 4FoLu^2KoV)/Lu; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\theta_1 = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Phi 3_i}{\Psi} + Fo \frac{\Phi 4_i}{\phi 1} + \frac{\Phi 42_i}{\phi 1} - \frac{\Phi 4_i \phi 2}{\phi 1^2} \right) + 3Fo(W + KoV)Lu; \quad (32)$$

$$\Phi 1_1 = \omega_3 - \omega_3 b_2 R^2 + \omega_1 e_2 R^2 - \omega_1 d_2 R; \quad (33)$$

$$\Phi 1_2 = -(\omega_3 - \omega_3 b_1 R^2 + \omega_1 e_1 R^2 - \omega_1 d_1 R); \quad (34)$$

$$\Psi = d_1 - d_2 + b_1 d_2 R^2 + b_2 e_1 R^3 - b_2 d_1 R^2 - b_1 e_2 R^3 + (e_2 - e_1)R; \quad (35)$$

$$\Phi 3_1 = -(\omega_3 - \omega_3 b_2 R^2 + \omega_1 e_2 R^2 - \omega_1 d_2 R)(1 - v_1^2); \quad (36)$$

$$\Phi 3_2 = (\omega_3 - \omega_3 b_1 R^2 + \omega_1 e_1 R^2 - \omega_1 d_1 R)(1 - v_2^2); \quad (37)$$

$$\Phi 2_1 = \omega_4 - \omega_4 b_2 R^2 + \omega_2 e_2 R^2 - \omega_2 d_2 R; \quad (38)$$

$$\Phi 2_2 = -(\omega_4 - \omega_4 b_1 R^2 + \omega_2 e_1 R^2 - \omega_2 d_1 R); \quad (39)$$

$$\Phi 4_1 = -(\omega_4 - \omega_4 b_2 R^2 + \omega_2 e_2 R^2 - \omega_2 d_2 R)(1 - v_1^2); \quad (40)$$

$$\Phi 4_2 = (\omega_4 - \omega_4 b_1 R^2 + \omega_2 e_1 R^2 - \omega_2 d_1 R)(1 - v_2^2); \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \varphi 1 = & v_1 v_2 (-d_1 / R + d_2 / R + e_1 - e_1 - b_1 d_2 R - \\ & - b_2 d_1 R + b_1 e_2 R^2 - b_2 e_1 R^2); \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \varphi 2 = & e_1 v_1^3 v_2 R^2 / 6 + d_2 v_1^3 v_2 R / 2 + b_1 e_2 v_1^3 v_2 R^4 / 6 - d_1 v_1^3 v_2 R / 2 - \\ & - d_1 v_1 v_2^3 R^2 / 2 - b_2 e_1 v_1^3 v_2 R^4 / 6 + b_2 d_1 v_1^3 v_2 R^3 / 2 + d_2 v_1 v_2^3 R / 2 + \\ & + e_1 v_1 v_2^3 R^2 / 2 - e_2 v_1^3 v_2 R^2 / 2 - b_1 d_2 v_1^3 v_2 R^3 / 6 - b_1 d_2 v_1 v_2^3 R^3 / 2; \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \Phi 22_1 = & -\omega_2 d_2 R^3 v_1^2 + \omega_2 e_2 R^4 v_1^2 - 3\omega_2 d_2 R^3 v_2^2 - \\ & - \omega_4 b_2 R^4 v_1^2 + \omega_4 R^2 v_1^2 + 3\omega_4 R^2 v_2^2; \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \Phi 22_2 = & \omega_2 d_1 R^3 v_2^2 - \omega_2 e_1 R^4 (v_1^2 + v_2^2) + 3\omega_2 d_1 R^3 v_1^2 + \\ & + \omega_4 b_1 R^4 (v_1^2 + v_2^2) - \omega_4 R^2 v_2^2 - 3\omega_4 R^2 v_1^2; \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \Phi 42_1 = & (\omega_2 d_2 R^3 v_1^2 - \omega_2 e_2 R^3 v_1^2 + 3\omega_2 d_2 R^3 v_2^2 + \\ & + \omega_4 R^4 v_1^2 - \omega_4 R^2 v_1^2 + 3\omega_4 R^2 v_2^2)(1 - v_1^2); \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \Phi 42_2 = & -[\omega_2 d_1 R^3 v_2^2 - \omega_2 e_1 R^4 (v_1^2 + v_2^2) + 3\omega_2 R^3 v_1^2 + \\ & + \omega_4 b_1 R^2 (v_1^2 + v_2^2) - \omega_4 R^2 v_2^2 - 3\omega_4 R^2 v_1^2](1 - v_2^2); \end{aligned} \quad (47)$$

Модель сушки семени является приближённой моделью сушки семян в элементарном слое. Для процесса сушки семян в толстом неподвижном слое разработана дискретная модель (рис.), представляющая толстый слой **I** как сумму из **n**

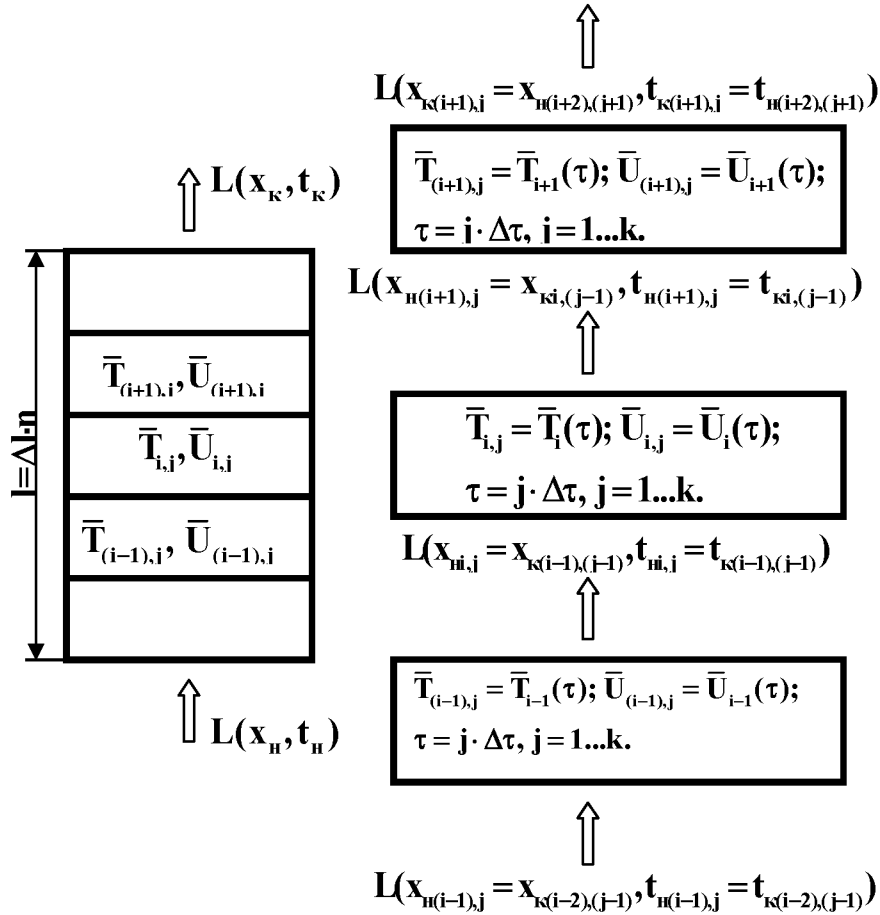


Рисунок – Дискретная модель сушки в толстом неподвижном слое тонких элементарных слоёв Δl [6].

Время сушки τ разбивается на малые промежутки времени $\Delta\tau$. Через слой снизу вверх продувается сушильный агент с расходом $L(x_n, t_n)$ кг, за время Δt с начальным влагосодержанием x_n и начальной температурой t_n . Сушильный агент отдаёт семенам тепло и забирает влагу. При выходе из толстого слоя влагосодержание сушильного агента повышается до x_κ , а температура понижается до t_κ .

При сушке i -го слоя в j -ом промежутке времени $\bar{T}_{ij} = \bar{T}(\tau)$, $\bar{U}_{ij} = \bar{U}(\tau)$. Агент сушки L при входе в элементарный слой i во время j имеет начальное влагосодержание, равное конечному влагосодержанию $i - 1$ слое во время $j - 1$ и начальную температуру, равную конечной температуре $i - 1$ слое во время $j - 1$.

Для каждого элементарного слоя в малом промежутке времени коэффициенты тепло - массопереноса и термодинамические характеристики принимаются постоянными. Процесс происходит в изобаро-адиабатических условиях.

Выводы

1. Разработана математическая модель, базирующаяся на законах термодинамики необратимых процессов, учитывающая взаимное влияние тепло- и массообменных процессов и изменение параметров агента сушки при прохождении через толстый слой семян. Предложена дискретная модель нагрева и сушки семян, которая совместно с математической моделью для сушки в тонком слое дает метод расчёта сушки семян клещевины в толстом неподвижном слое.

2. Для численных исследований математической модели сушки семян клещевины необходимы дополнительные экспериментальные и теоретические исследования по технологическим свойствам семян клещевины, в том числе по теплофизическим и термодинамическим свойствам.

Перечень ссылок

1. *Лыков А.В., Михайлов Ю.А.* Теория тепло- и массопереноса. М.–Л. : Госэнергоиздат, 1963.– 535 с.

2. *Лыков А.В.* Прогноз развития науки о сушке капиллярно-пористых коллоидных тел. //Инженерно-физический журнал. – 1970.– Т.18, №4. С. 153.

3. *Мазяк З.Ю.* Тепло- и массоперенос в пористых телах при переменных потенциалах в среде. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львовском ун-те, 1979. – 120 с.

4. *Мартыненко В.С.* Операционное исчисление. – Изд. 3 –е, перераб. и доп.– К.: Вища шк., 1973. – 268 с.

5. *Пчёлкин Б.К.* Специальные разделы высшей математики. М.: Высш.шк., 1973. – С. 344 – 450.

6. *Ткаченко О.В.* Математична модель сушіння насіння у контейнерній сушарці //Праці ТДАТА. – Вип.33. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – С. 138 – 151.

OF DRYING PROCESS SEEDS RICINUS L. IN THICK MOTIONLESS LAYER

Summary. The work is devoted to mathematical modeling of process drying in a thick motionless layer of seeds Ricinus L. The mathematical model takes into account of variable parameters of the agent сушки, reflected in boundary conditions of the third sort received from the equations of material and thermal balances on border of a process able material - of the agent drying.